

## ÇATLAKLI KİRİŞLERDE YERDEĞİŞTİRMELERİN ANALİTİK OLARAK BELİRLENMESİ

M. Arif GÜREL<sup>a</sup>, Murat KISA<sup>b</sup> ve Mustafa ÖZEN<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Harran Üni. Müh. Fak. İnşaat Müh. Bölümü, Osmanbey Kampüsü, Şanlıurfa, Türkiye

<sup>b</sup>Harran Üni. Müh. Fak. Makina Müh. Bölümü, Osmanbey Kampüsü, Şanlıurfa, Türkiye

### ÖZET

Bu çalışmada, tek bir kenar çatlaklı olan, bir açıklıklı, dikdörtgen kesitli kirişlerde düzgün yayılı yükleme altındaki düşey yerdeğıştirmeler analitik olarak belirlenmektedir. Hesap modelinde çatlaklı kesit esneklik katsayısı Lineer Elastik Kırılma Mekanikği'nden elde edilen bir dönme yayı ile temsil edilmektedir. Dönme yayı ile birbirinden ayrılan kiriş bölümlerinin elastik eğri ifadeleri İntegrasyon Yöntemi ile belirlenmektedir. Bu yöntemle konsol kiriş ve basit kirişe ait elastik eğri ifadeleri açık şekilde elde edilmektedir. Bu ifadeler boyutsuz büyüklükler kullanılıp yeniden yazılmakta ve çatlak yeri, çatlak derinliği (büyüklüğü) ve mesnet koşulları gibi parametrelerin etkileri incelenmektedir. Çalışma, çatlakların mevcudiyetinin kiriş düşey yerdeğıştirmelerini, beklendiği gibi, önemli ölçüde etkilediğini ortaya koymaktadır.

**Anahtar kelimeler:** Çatlak, kiriş, yerdeğıştirmeler.

### ANALYTICAL DETERMINATION OF DEFLECTIONS OF CRACKED BEAMS

#### ABSTRACT

In this study, the vertical deflections of single span, rectangular cross-sectional beams having only one edge crack are determined analytically under the action of uniformly distributed transverse loading. In the calculation model, the cracked section is represented by a rotational spring whose flexibility coefficient is determined from the Linear Elastic Fracture Mechanics. The elastic curve expressions of the beam segments separated by the rotational spring are determined by the Integration Method. Using this method, the elastic curve functions of cantilever and simply supported beams are obtained in explicit form. These expressions are rewritten by using of the dimensionless quantities, and the effects of the parameters such as crack location, crack depth (severity) and support conditions are investigated. The study shows that the presence of cracks effects, as expected, the beam vertical deflections significantly.

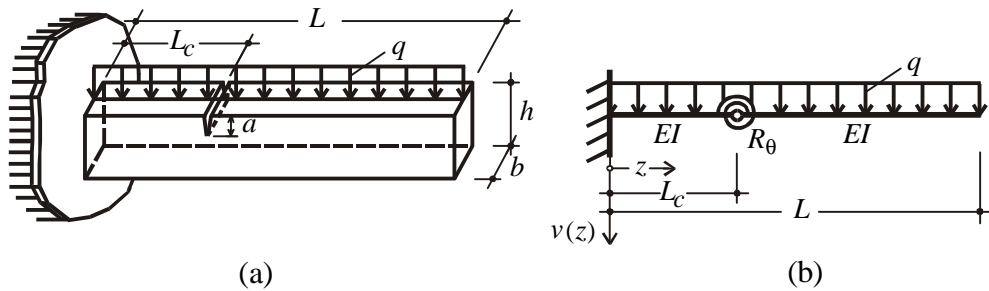
**Keywords:** Beam, crack, deflections.

## 1. GİRİŞ

Malzeme üretim teknolojisindeki gelişmeler ile günümüzde oldukça kaliteli ve yüksek dayanımlı malzemeler üretilmektedir. Buna karşılık bu tür malzemelerle üretilen yapı ve makina elemanlarında zamanla, çeşitli nedenlerden dolayı hasarlar oluşabilmektedir. Çatlaklar bu hasarların en önemlilerinden biri olup, bunlar yapısal bütünlüğü olumsuz etkilemekte ve yapı elemanlarında yerel esnekliklere yol açmaktadırlar. Bunun sonucunda yapısal elemanın statik ve dinamik yükler altındaki davranışında belirgin değişimler meydana gelmekte, dayanım ve rijitliği düşmekte ve güvenliği azalmaktadır. Literatürde bu konularda çok sayıda makale bulunmaktadır [1-5]. Çatlakların kiriş, mil, plak gibi elemanların düşey yerdeğiştirmeleri üzerinde de etkilerinin olacağı açıktır. Bu çalışmada, sadece bir tane çatlak olan, tek açıklıklı, dikdörtgen kesitli kirişlerde statik olarak etkiyen düzgün yayılı yüklem altında oluşan düşey yerdeğiştirmelerin (sehimlerin) analitik olarak belirlenmesi amaçlanmıştır. Açıklıkları kesit yüksekliklerine göre yeterince büyük kirişler dikkate alınmış ve buna dayanarak kesme kuvvetinin elastik eğriye etkisi ihmal edilmiştir. Kiriş malzemesinin doğrusal-elastik, homojen ve izotrop olduğu, çatlakın ise kiriş eksenine dik, üniform derinlikli, ilerlemeyen açık bir kenar çatlak olduğu kabul edilmiştir.

## 2. HESAP MODELİ VE PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Statik olarak etkiyen düzgün yayılı yüklem yüklü, sabit dikdörtgen kesitli,  $z = L_c$ 'de ilerlemeyen  $a$  derinliğinde bir kenar çatlak olan Şekil 1 a)'daki gibi bir kiriş göz önüne alınsın. Kirişin hesap modeli Şekil 1 b)'de gösterilmiştir. Burada, kirişi iki bölgeye ayıran çatlaklı kesit dönme rijitliği  $R_\theta$  olan kütesiz bir dönme yayı ile temsil edilmiştir. Giriş bölümünde belirtildiği gibi bir çatlak, bulunduğu elemanda yerel bir esnekliğe yol açmaktadır. Literatürde, çatlaklı kesitler için Lineer Elastik Kırılma Mekaniği teorisine dayanılarak elde edilen ve çatlak derinliğinin bir fonksiyonu olan yerel esneklik katsayıları verilmiştir. Örneğin Zheng ve Fan [2]  $h$  kesit yüksekliğine sahip dikdörtgen kesitli kirişlerde,  $a$  derinliğinde çatlak olan bir kesit için  $\xi = a/h$  olmak üzere



Şekil 1. (a) Tek çatlaklı kiriş, (b) kirişin hesap modeli.

$$C \approx \frac{h}{12EI} f(\xi) \quad (1a)$$

$$f(\xi) = e^{1/(1-\xi)} (-0.2314 \times 10^{-4} \xi + 52.379 \xi^2 - 130.2463 \xi^3 + 308.4111 \xi^4 - 602.1761 \xi^5 + 937.6805 \xi^6 - 1306.7397 \xi^7 + 1398.7523 \xi^8 - 1059.6215 \xi^9 + 388.1628 \xi^{10}) \quad (1b)$$

ifadesini vermişlerdir. Literatürde bu ifadeye yakın sonuçlar veren başka ifadeler de bulunmaktadır. Dönme yayının rijitliği

$$R_{\theta} = 1/C \quad (2)$$

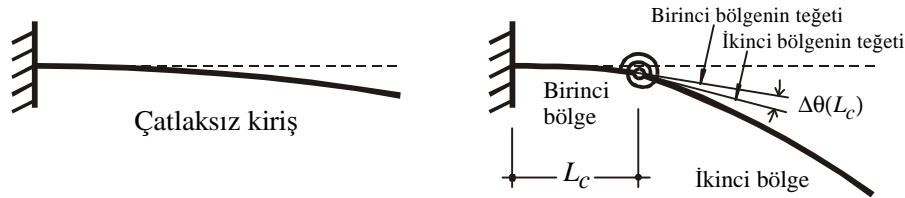
olarak belirlenir. Böylece eldeki elastik eğri problemi; iki bölge ve bu bölgeler arasında dönme rijitliği (2) ifadesi ile belirli olan bir problem durumuna dönüşmektedir. Elastik eğri fonksiyonu birinci bölge ( $0 \leq z \leq L_c$ ) için  $v_1(z)$ , ikinci bölge ( $L_c \leq z \leq L$ ) için  $v_2(z)$  olarak alındığında

$$EIv_1^{iv}(z) = q \quad , \quad EIv_2^{iv}(z) = q \quad (3a,b)$$

ifadeleri yazılabilir. Bu ifadelerin ardışık olarak dört kez integrali alınarak  $v_1(z)$  ve  $v_2(z)$  fonksiyonları toplam 8 integral sabitine bağlı olarak yazılırlar. Herhangi bir kirişin iki ucunda 4 koşul yazılabilir. Gerekli olan diğer 4 koşul ise kiriş bölgelerinin sınırında, yani dönme yayının olduğu yerde yazılacak koşullardır. Burada, yerdeğiştirmeler, eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri arasında bir süreklilik olduğu halde, yayın iki ucunun farklı miktarlarda dönmesi yüzünden, dönmeler (eğimler) arasında bir süreksizlik olacaktır, Şekil 2. Bu koşullar

$$\left. \begin{aligned} v_1(L_c) &= v_2(L_c) \\ v_1''(L_c) &= v_2''(L_c) \\ v_1'''(L_c) &= v_2'''(L_c) \end{aligned} \right\} \quad (4a)$$

$$v_2'(L_c) - v_1'(L_c) = \theta_2(L_c) - \theta_1(L_c) = \Delta\theta(L_c) = -\frac{M_1(L_c)}{R_{\theta}} \quad (4b)$$



**Şekil 2.** Çatlaklı kirişte dönme yayının olduğu kesitte eğimlerin süreksizliği.

olarak yazılabilir. Böylece eldeki 8 koşul kullanılarak 8 integrasyon sabiti belirlenir ve  $v_1(z)$  ve  $v_2(z)$  elastik eğri fonksiyonları elde edilmiş olur. Bu fonksiyonlar yardımıyla çatlak içeren kirişlerde yerdeğiştirmeler hesaplanabilir. Ayrıca, çatlak yeri, çatlak derinliği (büyüklüğü) ve kiriş uç şartları gibi parametrelerin yerdeğiştirmeler üzerindeki etkileri de belirlenebilir.

### 3. ÇATLAKLI KONSOL VE BASİT KİRİŞİN ELASTİK EĞRİ İFADELERİ

Bu bölümde birer çatlağı olan iki kiriş için elastik eğri fonksiyonları yukarıda açıklanan şekilde elde edilmiştir.

#### 3.1 Konsol Kiriş

Bu kiriş için hesap modeli Şekil 1 b)'de gösterildiği gibidir. (3a) ve (3b) ifadeleri ard arda dört kez integre edildiğinde

$$EIv_1^{iv} = q \quad , \quad (0 \leq z \leq L_c) \quad (5a)$$

$$EIv_1''' = qz + C_1 \quad (5b)$$

$$EIv_1'' = \frac{1}{2}qz^2 + C_1z + C_2 \quad (5c)$$

$$EIv_1' = \frac{1}{6}qz^3 + \frac{1}{2}C_1z^2 + C_2z + C_3 \quad (5d)$$

$$EIv_1 = \frac{1}{24}qz^4 + \frac{1}{6}C_1z^3 + \frac{1}{2}C_2z^2 + C_3z + C_4 \quad (5e)$$

ve

$$EIv_2^{iv} = q \quad , \quad (L_c \leq z \leq L) \quad (6a)$$

$$EIv_2''' = qz + D_1 \quad (6b)$$

$$EIv_2'' = \frac{1}{2}qz^2 + D_1z + D_2 \quad (6c)$$

$$EIv_2' = \frac{1}{6}qz^3 + \frac{1}{2}D_1z^2 + D_2z + D_3 \quad (6d)$$

$$EIv_2 = \frac{1}{24}qz^4 + \frac{1}{6}D_1z^3 + \frac{1}{2}D_2z^2 + D_3z + D_4 \quad (6e)$$

ifadeleri elde edilir. Sınır koşulları  $z = 0$  ve  $z = L$ 'de yazılan aşağıdaki koşullar olup, bunlardan

$$v_1|_{z=0} = 0 \Rightarrow C_4 = 0$$

$$v_1'|_{z=0} = 0 \Rightarrow C_3 = 0$$

$$v_2''|_{z=L} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}qL^2 + D_1L + D_2 = 0$$

$$v_2'''|_{z=L} = 0 \Rightarrow qL + D_1 = 0 \rightarrow D_1 = -qL$$

değerleri elde edilmektedir.  $D_1$ 'in bu değeri bir önceki denklemde yazılarak  $D_2 = qL^2/2$  olarak bulunmaktadır. Böylece dört sabit belirlenmiş olmakta, geriye kalan dört tanesi ise iki bölgenin sınırında,  $z = L_c$ , (4a) ve (4b) koşulları yazılıp

$$C_1 = -qL \quad , \quad C_2 = \frac{1}{2}qL^2$$

$$D_3 = -\frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} q(L - L_c)^2 \quad , \quad D_4 = \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} q(L - L_c)^2 L_c$$

olarak elde edilmektedir. Sabitler (5e) ve (6e) ifadelerine yerleştirilerek elastik eğri fonksiyonları;

$$v_1(z) = \frac{q}{EI} \left[ \frac{1}{24}z^4 - \frac{1}{6}Lz^3 + \frac{1}{4}L^2z^2 \right] \quad (7)$$

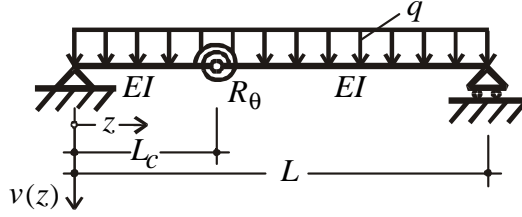
ve

$$v_2(z) = \frac{q}{EI} \left[ \frac{1}{24} z^4 - \frac{1}{6} Lz^3 + \frac{1}{4} L^2 z^2 + \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} (L - L_c)^2 (z - L_c) \right] \quad (8)$$

olarak belirlenmiş olmaktadır.

### 3.2 Basit kiriş

Böyle bir kirişin hesap modeli Şekil 3'de gösterilmiştir. Bu kiriş için hesap yapıldığında integrasyon sabitleri



Şekil 3. Çatlaklı basit kiriş için hesap modeli.

$$C_1 = D_1 = -\frac{1}{2} qL \quad , \quad C_2 = D_2 = 0$$

$$C_3 = \frac{1}{24} qL^3 + \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} q(L - L_c)^2 \frac{L_c}{L} \quad , \quad D_3 = \frac{1}{24} qL^3 - \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} q(L - L_c)^2 \frac{L_c}{L}$$

$$C_4 = 0 \quad , \quad D_4 = \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} q(L - L_c)^2 L_c$$

olarak belirlenmekte ve elastik eğri fonksiyonları

$$v_1(z) = \frac{q}{EI} \left[ \frac{1}{24} z^4 - \frac{1}{12} Lz^3 + \left( \frac{1}{24} L^3 + \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} (L - L_c)^2 \frac{L_c}{L} \right) z \right] \quad (9)$$

ve

$$v_2(z) = \frac{q}{EI} \left[ \frac{1}{24} z^4 - \frac{1}{12} Lz^3 + \left( \frac{1}{24} L^3 - \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} (L - L_c)^2 \frac{L_c}{L} \right) z + \frac{1}{2} \frac{EI}{R_\theta} (L - L_c)^2 L_c \right] \quad (10)$$

şeklinde elde edilmektedir.

## 4. İFADELERİN BASİTLEŞTİRİLMESİ VE PARAMETRİK İNCELEMELER

Bu bölümde, bir önceki bölümde elde edilmiş olan elastik eğri fonksiyonları boyutsuz büyüklükler yardımıyla daha kullanışlı bir halde yeniden yazılmıştır. Söz konusu boyutsuz büyüklükler

$$\eta = L_c/L : \text{boyutsuz çatlak yeri} \quad (11a)$$

$$\zeta = z/L : \text{kiriş boyunca boyutsuz koordinat} \quad (11b)$$

$$\Omega = EI/R_0 L : \text{boyutsuz çatlak büyüklüğü} \quad (11c)$$

olarak tanımlanmaktadır [6].

#### 4.1 Konsol Kiriş

Bu kiriş için (7) ve (8)'de verilen fonksiyonlar, (11)'de tanımlanan büyüklükler dikkate alınarak

$$v^s(\zeta) = \begin{cases} \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 4\zeta^3 + 6\zeta^2] & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 4\zeta^3 + 6\zeta^2 + 12\Omega(1-\eta)^2(\zeta - \eta)] & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (12)$$

haline getirilmiş olurlar. Çatlaksız bir konsol kiriş için elastik eğri ifadesinin

$$v^s(\zeta) = \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 4\zeta^3 + 6\zeta^2] \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (13)$$

olduğu kolayca belirlenebilir [7]. (12) ve (13) ifadelerindeki “ç” ve “s” üst indisleri, sırasıyla “çatlaklı kiriş” ve “çatlaksız kiriş” anlamına gelmektedir. Çatlağın kiriş yerdeğiştirmeleri üzerindeki etkisini görmek için (12)'deki ifadelerden (13) ifadesi çıkarıldığında

$$\Delta v = v^c - v^s = \begin{cases} 0 & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^4}{24EI} \times 12\Omega(1-\eta)^2(\zeta - \eta) & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (14)$$

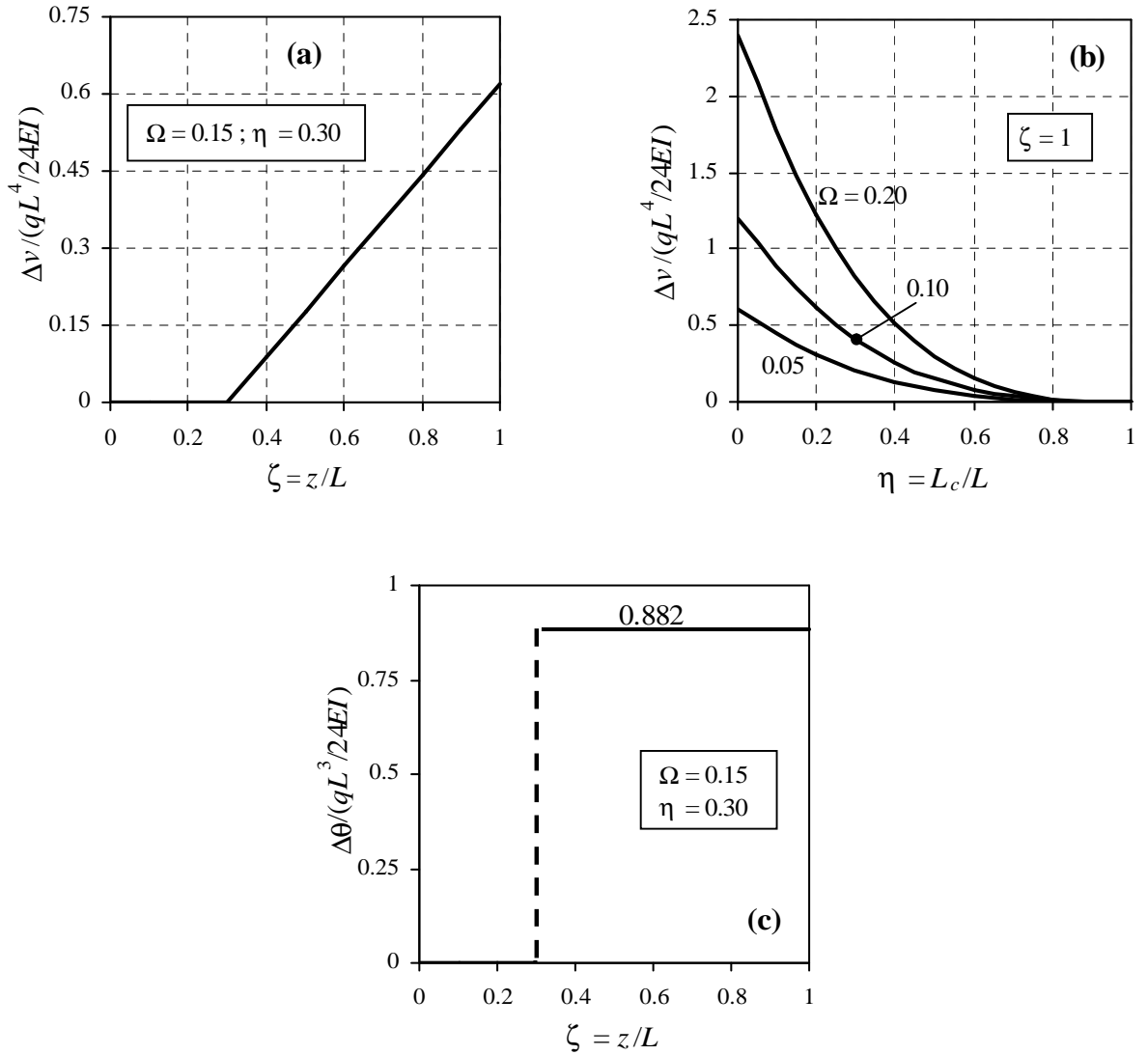
sonucuna ulaşılmaktadır. Buradaki birinci ifade, yani 0, çatlaklı bir konsol kirişte, çatlak ile mesnet arasındaki yerdeğiştirmelerin çatlaksız kirişinkine eşit olduğunu ifade etmektedir. İkinci ifade ise çatlaktan sonraki kiriş bölümünde yerdeğiştirmelerde artmalar olduğunu ve bunların  $\zeta$  'ya doğrusal olarak bağlı olduğunu göstermektedir. Şekil 4 a)'da  $\eta = L_c/L = 0.30$  ve  $\Omega = EI/R_0 L = 0.15$  değerleri için  $\Delta v/(qL^4/24EI)$  büyüklüğünün  $\zeta$  'ya göre değişimi verilmiştir.

Şekil 4 b)'de kirişin uç kesiti,  $\zeta = 1$ , için çatlaklı ve çatlaksız durumlardaki yerdeğiştirmelerin farkının, boyutsuz çatlak yeri  $\eta$  'ya göre değişimi,  $\Omega$  'nın çeşitli değerleri için çizilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi  $\Omega$  'daki artışla, yerdeğiştirmeler farkı da orantılı olarak artmaktadır. Burada  $\Omega$  için (ve dolayısıyla bu büyüklüğün bağlı olduğu boyutsuz çatlak derinliği  $\xi$  için) küçük sayılabilecek değerler kullanılmıştır. Çatlak derinliğinin ve buna bağlı olarak  $\Omega$  'nın artmasıyla yerdeğiştirmelerin de artacağı, sınır durum olarak  $\Omega$  'nın sonsuza yaklaşması halinde ise yerdeğiştirmelerin de teorik olarak sonsuz değerine gideceği anlaşılmaktadır. Bu durum, çatlaklı kesitin artık adi bir mafsal gibi davranması ve sistemin de bir mekanizma halini alması anlamına gelir. Şekilden, mesnete yakın çatlakların daha büyük yerdeğiştirme artışlarına sebep olduğu da açıkça görülmektedir. Düzgün yayılı yükü taşıyan bir konsol kirişte en büyük eğilme momenti mesnet kesitinde olduğundan, burada ya da buraya yakın kısımlardaki çatlakların etkisinin büyük olduğu anlaşılmaktadır.

Yerdeğiştirmeler farkını veren (14) ifadelerinin  $z$ 'e göre ( $\zeta = z/L$ ) türevi alındığında, çatlaklı ve çatlaksız durumlar arasındaki eğim farkını veren aşağıdaki ifadelere ulaşılmaktadır.

$$\Delta\theta = \theta^s - \theta^c = \begin{cases} 0 & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^3}{24EI} \times 12\Omega(1-\eta)^2 & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (15)$$

Bu ifadelerin  $\zeta$  'dan bağımsız olduğuna dikkat edilmelidir. Şekil 4 c)'de  $\eta = 0.30$  ve  $\Omega = 0.15$  değerleri için  $\Delta\theta/(qL^3/24EI)$ 'nin  $\zeta$  'ya göre değişimi verilmiştir. Çatlak olan kesitte,  $\zeta = \eta = 0.30$ , eğim farkındaki atlama açıkça görülmektedir.



**Şekil 4.** Bir konsol kirişte, yerdeğiştirmeler farkının (a)  $\zeta$  'ya göre değişimi ( $\eta = 0.30$ ;  $\Omega = 0.15$ ), (b)  $\eta$  'ya göre değişimi ( $\zeta = 1$ ;  $\Omega = 0.05, 0.10$  ve  $0.20$ ), (c) eğimler farkının  $\zeta$  'ya göre değişimi ( $\eta = 0.30$ ;  $\Omega = 0.15$ ).

#### 4.2 Basit Kiriş

Bu kiriş için (9) ve (10)'da verilen ifadeler (11)'de tanımlanan büyüklükler dikkate alınarak

$$v^s(\zeta) = \begin{cases} \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 2\zeta^3 + (1+12\Omega(1-\eta)^2\eta)\zeta] & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 2\zeta^3 + (1-12\Omega(1-\eta)\eta^2)\zeta + 12\Omega(1-\eta)\eta^2] & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (16)$$

şeklinde yazılmış olurlar. Düzgün yayılı yükle yüklü çatlaksız bir basit kiriş için elastik eğri fonksiyonu

$$v^s(\zeta) = \frac{qL^4}{24EI} [\zeta^4 - 2\zeta^3 + \zeta] \quad 0 \leq \zeta \leq 1 \quad (17)$$

olarak belirlenmektedir. (16) ifadelerinden (17) çıkarıldığında

$$\Delta v = v^c - v^s = \begin{cases} \frac{qL^4}{24EI} \times 12\Omega(1-\eta)^2\eta\zeta & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^4}{24EI} \times 12\Omega\eta^2(1-\eta)(1-\zeta) & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (18)$$

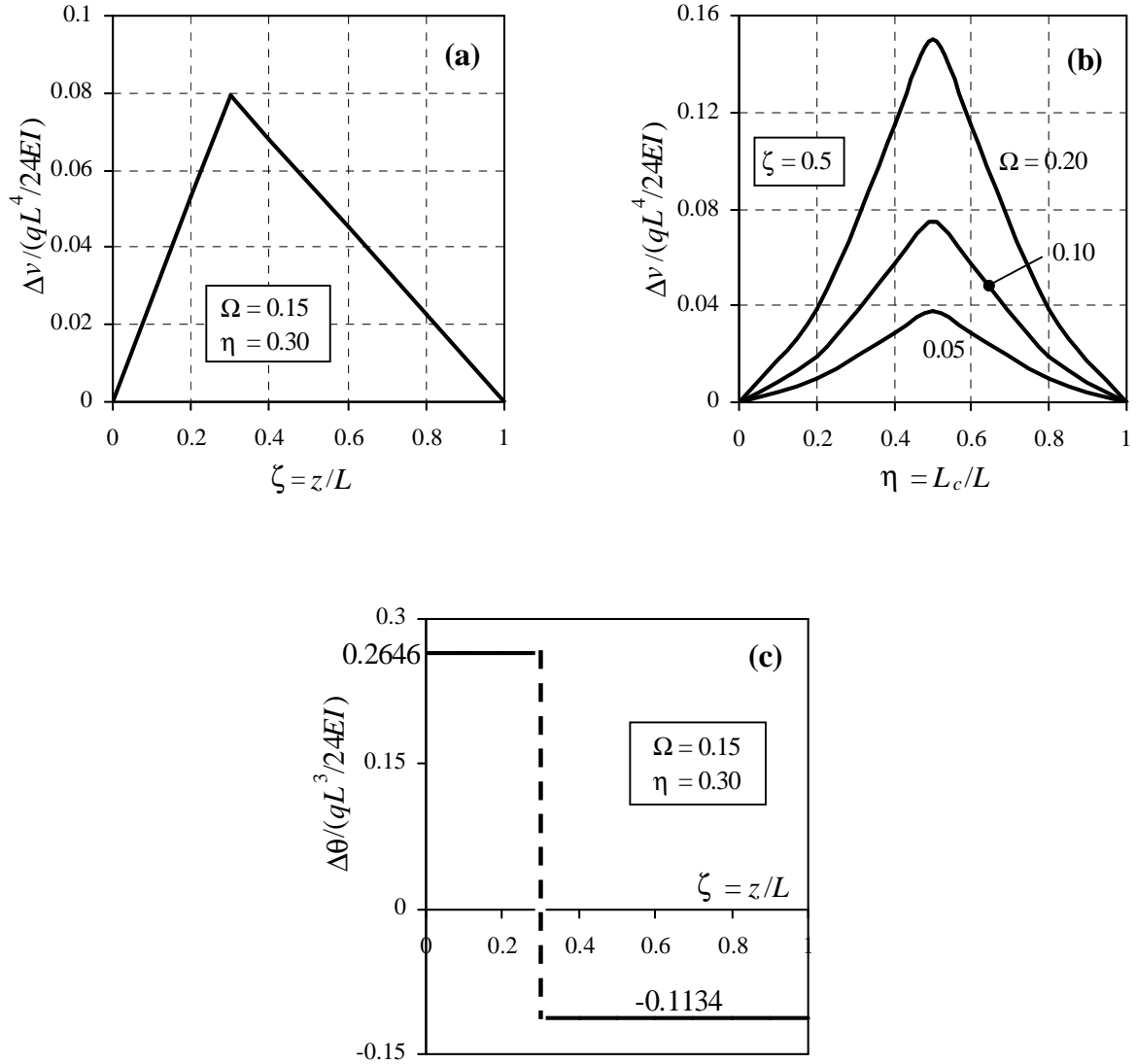
olarak çatlaklı ve çatlaksız kirişlerin yerdeğiştirmelerinin farkını veren ifadeler elde edilir. Bu ifadelerin her ikisi de  $\zeta$  'ya doğrusal olarak bağlıdır. Şekil 5 a)'da  $\eta = 0.3$  ve  $\Omega = 0.15$  değerleri için  $\Delta v / (qL^4/24EI)$  büyüklüğünün  $\zeta$  'ya göre değişimi çizilmiştir.

Şekil 5 b)'de kirişin orta kesiti,  $\zeta = 0.5$ , için yerdeğiştirmeler farkının, boyutsuz çatlak yeri  $\eta$  'ya göre değişimi,  $\Omega$  'nın çeşitli değerleri için çizilmiştir. (18) ifadelerinden açıkça anlaşıldığı ve bu şekilden de görülebildiği gibi, yerdeğiştirmeler farkı, boyutsuz çatlak büyüklüğü olan  $\Omega$  ile doğrusal olarak değişmektedir. Burada da  $\Omega$  için küçük sayılabilecek değerler kullanıldığına dikkat edilmelidir. Büyük çatlak derinliklerinin ve dolayısıyla büyük  $\Omega$  değerlerinin çok daha büyük yerdeğiştirme artışlarına yol açacağı açıktır. Şekilden ayrıca, açıklık ortasındaki bir çatlağın en büyük yerdeğiştirme artışına yol açtığı, çatlak mesnete yaklaştıkça etkisinin azaldığı ve nihayet tam mesnet üzerinde iken etkisinin olmadığı anlaşılmaktadır. Düzgün yayılı yükle yüklü bir basit kirişte en büyük eğilme momenti açıklık ortasında olduğundan, burada ya da buraya yakın kiriş bölümlerindeki çatlakların yerdeğiştirme artışları üzerindeki etkilerinin büyük olduğu sonucuna varılmaktadır.

Son olarak (18) ifadesinin  $z$ 'e göre ( $\zeta = z/L$ ) türevi alındığında, çatlaklı ve çatlaksız durumlar arasındaki eğim farkını veren aşağıdaki (19) ifadelerine ulaşılmaktadır. Bu ifadeler de (15) ifadeleri gibi  $\zeta$  'den bağımsızdır. Şekil 5 c)'de  $\eta = 0.30$  ve  $\Omega = 0.15$  değerleri için  $\Delta\theta / (qL^3/24EI)$  'nın  $\zeta$  'ya göre değişimi çizilmiştir. Çatlak olan kesitte,  $\zeta = \eta = 0.30$ , eğim farkındaki atlama net olarak görülmektedir.

$$\Delta\theta = \theta^c - \theta^s = \begin{cases} \frac{qL^3}{24EI} \times 12\Omega(1-\eta)^2\eta & 0 \leq \zeta \leq \eta \\ \frac{qL^3}{24EI} \times [-12\Omega\eta^2(1-\eta)] & \eta \leq \zeta \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$





**Şekil 5.** Bir basit kirişte, yerdeğiştirmeler farkının (a)  $\zeta$  'ya göre değişimi ( $\eta = 0.30$ ;  $\Omega = 0.15$ ), (b)  $\eta$  'ya göre değişimi ( $\zeta = 0.5$ ;  $\Omega = 0.05, 0.10$  ve  $0.20$ ), (c) eğimler farkının  $\zeta$  'ya göre değişimi ( $\eta = 0.30$ ;  $\Omega = 0.15$ ).

Ele alınmış olan iki basit örnek, tek bir çatlakın dahi, statik olarak etkiyen yükler altındaki kiriş türü yapı elemanlarının yerdeğiştirmeleri üzerinde önemli etkilerinin olduğunu göstermiştir. Bazı yapılarda, eleman kesit boyutlarının yetersizliği, malzeme kalitesinin düşüklüğü ve/veya yükleme durumunun değişmesi gibi nedenlere bağlı olarak oluşan çatlak ya da çatlakların elemandaki sehimleri ne denli artırmış olduğu bir çok insanın gözlemlediği, bu durumu gerçekleyen pratik bir örnektir.

Yukarıdaki kirişlerin her ikisi de görüldüğü gibi izostatiktir. Tek açıklıklı hiperstatik kirişler de benzer şekilde incelenebilir. Ayrıca, çatlak ya da çatlakları olan sürekli kirişlerin (çok açıklıklı köprü kirişleri gibi) ve çerçevelerin incelenmesi de mümkündür. Ancak böyle büyük sistemlerde, bu çalışmada kullanılan diferansiyel denklem yaklaşımı yerine, matris yaklaşımını kullanmanın daha uygun olacağını belirtmek gerekir [6].

## 5. SONUÇLAR

Tek bir kenar çatlğı olan, sabit dikdörtgen kesitli ve tek açıklıklı kirişlerde yerdeğıştirmelerin analitik olarak belirlenmeye çalışıldığı bu makalede konsol ve basit kiriş örnekleri ele alınarak elastik eğri fonksiyonları açık bir şekilde elde edilmiştir. Boyutsuz büyüklükler yardımıyla bu fonksiyonlar daha kullanışlı bir halde yeniden yazılmış ve parametrik incelemeler yapılmıştır. Bu incelemeler bir çatlğın kirişin yerdeğıştirmeleri üzerinde beklendiğı gibi etkisinin olduğunu ve bu etkinin sadece çatlğın büyüklüğü ile değil, aynı zamanda yeri ve kirişin mesnet durumu ile ilişkili olduğunu ortaya koymuştur. Büyük bir çatlğın daha büyük bir yerdeğıştirme artışına sebep olduğu aşikâr sonucu yanında, bir çatlğın, eğilme momentinin büyük olduğu kiriş bölümünde yer alması halinde yerdeğıştirmelerde daha fazla artışa yol açtığı sonucuna ulaşılmıştır.

Uygun esneklik katsayılarının kullanılması ile bu çalışmanın farklı kesit şekillerine sahip kirişlere uygulanması da mümkündür.

## KAYNAKLAR

1. Dimarogonas, A.D., Vibration of cracked structures: A state of the art review, **Engineering Fracture Mechanics**, 55, 831-857, 1996.
2. Zheng, D.Y., Fan, S.C., Vibration and stability of cracked hollow-sectional beams, **Journal of Sound and Vibration**, 267, 933-954, 2003.
3. Kisa, M., Gurel, M.A., Modal analysis of multi-cracked beams with circular cross section, **Engineering Fracture Mechanics**, 73, 963-977, 2006.
4. Gurel, M.A., Buckling of slender prismatic circular columns weakened by multiple edge cracks, **Acta Mechanica**, 188, 1-19, 2007.
5. Caddemi, S., Morassi, A., Crack detection in elastic beams by static measurements, **International Journal of Solids and Structures**, 44, 5301-5315, 2007.
6. Zhao L., Structural health monitoring and damage identification using best approximated dead load stress redistribution, **Dissertation of Doctor of Philosophy**, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Delaware, 2004.
7. İnan, M., **Cisimlerin Mukavemeti**, İTÜ Vakfı Yayınları, İstanbul, 1988.